



№ 5, 2001 г. / Практикум абитуриента

В. Можаяев

Корпускулярные и волновые свойства света

© “Квант”

Использование и распространение этого материала
в коммерческих целях

возможно лишь с разрешения редакции



Сетевая образовательная библиотека “VIVOS VOCO!”
(грант РФФИ 00-07-90172)

vivovoco.nns.ru
vivovoco.rsl.ru
www.ibmh.msk.su/vivovoco

Корпускулярные и волновые свойства света

В. МОЖАЕВ

В ЭТОЙ СТАТЬЕ МЫ РАССМОТРИМ задачи, в которых проявляются либо корпускулярные, либо волновые свойства света. Действительно, в таких оптических явлениях, как излучение или поглощение света веществом, фотоэлектрический эффект или эффект Комптона, проявляются корпускулярные свойства света. В этих случаях свет ведет себя как поток световых частиц – фотонов, обладающих

энергией E и импульсом $p = E/c$ (где c – скорость света). А вот такие оптические явления, как интерференция или дифракция, явно свидетельствуют в пользу волновых представлений, когда свет ведет себя как электромагнитная волна с частотой ν и длиной волны $\lambda = c/\nu$. Отметим, что известные соотношения $E = h\nu$ и $p = h\nu/c$ (где h – постоянная Планка) как раз и связывают волновые и корпускуляр-

ные свойства света: правые части равенств содержат типичную для волновых представлений величину ν , а левые – характерные для потока частиц величины E и p .

А теперь – несколько конкретных задач.

Задача 1. Рубиновый лазер, работающий в импульсном режиме с длительностью импульса $\tau = 5 \cdot 10^{-4}$ с, излучает параллельный пучок света с энергией $E = 1$ Дж. Определите силу светового давления на шарик, освещаемый этим светом, если диаметр шарика равен (или больше) диаметру лазерного пучка, а поверхность шарика полностью поглощает падающее на нее излучение.

До поглощения лазерного излучения импульс шарика был равен нулю: $p_1 = 0$. После поглощения фотонов за время τ шарик приобрел импульс $p_2 = E/c$. Сила F , которая действовала на шарик со стороны фотонов, равна

$$F = \frac{\Delta p}{\tau} = \frac{p_2 - p_1}{\tau} = \frac{E}{c\tau} = 6,7 \cdot 10^{-6} \text{ Н.}$$

Заметим, что, давление света – одно из немногих оптических явлений, которое одинаково хорошо объясняется и корпускулярными, и волновыми представлениями о свете.

Задача 2. На плоскую поверхность тонкой плосковыпуклой линзы нанесено абсолютно отражающее покрытие. На выпуклую поверхность этой линзы падает узкий пучок импульсного лазерного излучения с энергией $E = 4$ Дж и длительностью импульса $\tau = 10^{-4}$ с. Падающий пучок распространяется параллельно главной оптической оси линзы на расстоянии $h = F/2\sqrt{3}$ от оси, где F – фокусное расстояние линзы. Найдите величину средней силы, действующей на линзу со стороны света, если половина энергии лазерного излучения поглощается в линзе. Отражением от поверхности линзы без покрытия пренебречь.

Параллельный главной оптической оси пучок света проходит линзу, затем отражается от зеркального покрытия и снова проходит линзу. С помощью формулы линзы и законов отражения света от плоского зеркала легко показать, что выходящий из линзы пучок пересекает главную оптическую ось линзы на расстоянии $F/2$ от линзы, образуя с осью угол $\alpha = 30^\circ$. Абсолютная величина суммарного импульса фотонов, падающих на линзу, равна $p_1 = E/c$, а импульс пучка на выходе из линзы равен $p_2 = E/(2c)$. На рисунке 1 изображена векторная диаграмма,

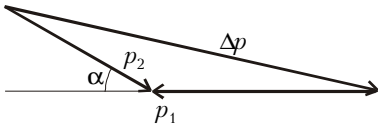


Рис. 1

на которой построен вектор изменения импульса фотонов после прохождения линзы: $\Delta p = p_2 - p_1$. Изменение импульса фотонов по абсолютной величине равно

$$\Delta p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2 \cos \alpha} = \sqrt{\frac{E^2}{c^2} + \frac{E^2}{4c^2} + 2 \cdot \frac{E}{c} \cdot \frac{E}{2c} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{E}{2c} \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}.$$

Средняя сила, которая действовала на фотоны, равна

$$F_\Phi = \frac{\Delta p}{\tau} = \frac{E\sqrt{5+2\sqrt{3}}}{2\tau c} \approx 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ Н}.$$

Сила, равная ей по величине, но направленная в противоположную сторону, будет средней силой, которая действует на линзу со стороны фотонов.

Задача 3. При некотором минимальном значении задерживающей разности потенциалов на вакуумном фотоэлементе фототок в цепи прекращается, когда поверхность катода освещается светом с некоторой (неизвестной) длиной волны λ_0 . Если изменить длину волны света в $\alpha = 2$ раза, то для прекращения фототока необходимо увеличить задерживающую разность потенциалов в $\beta = 3$ раза. Определите λ_0 , если известно, что работа выхода для материала катода равна $A = 1,89$ эВ. Постоянная Планка $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Фототок прекращается, когда самые быстрые фотоэлектроны – их кинетическая энергия равна $hc/\lambda - A$, а скорость направлена перпендикулярно поверхности катода – при данной задерживающей разности потенциалов U_3 уже не могут долететь до анода. В аналитической форме это условие имеет вид

$$eU_3 \geq \frac{hc}{\lambda} - A.$$

Наши два случая сводятся к таким двум уравнениям:

$$eU_{30} = \frac{hc}{\lambda_0} - A,$$

$$e\beta U_{30} = \frac{hc}{\lambda_0/\alpha} - A.$$

Из совместного решения этих уравнений находим

$$\lambda_0 = \frac{(\beta - \alpha)hc}{(\beta - 1)A} = \frac{hc}{2A} = 0,33 \text{ мкм}$$

(мы учли, что $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$).

Задача 4. Из тонкой линзы диаметром $D = 2,5$ см с фокусным расстоянием $F = 50$ см вырезали центральную полоску шириной $a = 0,5$ см (рис.2), после чего обе половинки линзы сдвинули до соприкосновения – такую систему называют билинзой. Точечный источник света S с длиной волны $\lambda = 500$ нм расположен на оси системы в фокальной плоскости линзы (рис.3). На каком расстоянии L от билинзы следует расположить экран, чтобы на нем можно было наблюдать максимально возможное число интерференционных полос? Определите ширину Δx интерференционных полос и их число. Определите также допустимую немонохроматичность $\Delta\lambda$ источника света в этой интерференционной схеме, необходимую для наблюдения всех интерференционных полос.

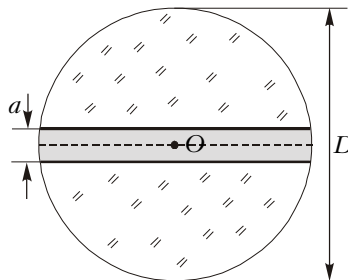


Рис. 2

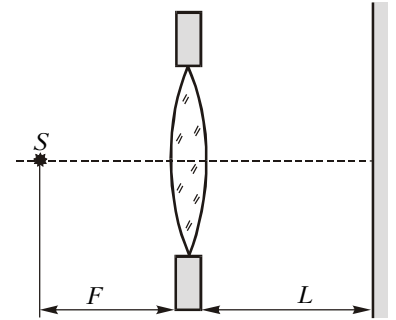


Рис. 3

нули до соприкосновения – такую систему называют билинзой. Точечный источник света S с длиной волны $\lambda = 500$ нм расположен на оси системы в фокальной плоскости линзы (рис.3). На каком расстоянии L от билинзы следует расположить экран, чтобы на нем можно было наблюдать максимально возможное число интерференционных полос? Определите ширину Δx интерференционных полос и их число. Определите также допустимую немонохроматичность $\Delta\lambda$ источника света в этой интерференционной схеме, необходимую для наблюдения всех интерференционных полос.

После прохождения каждой части линзы свет выйдет в виде параллельного пучка под некоторым углом α к горизонту. На рисунке 4 показан ход лучей, прошедших через верхний сегмент линзы. Оптический центр O (см. рис.2) исходной линзы является оптическим центром O' для верхнего сегмента линзы. Поэтому по выходе из линзы пучок света пойдет под углом $\alpha = \arctg(a/(2F)) = a/(2F)$ (угол α мал). Параллельный пучок света, выходящий из нижнего сегмента линзы (на рисунке 6 этот сегмент не нарисован), идет под углом $\alpha' = \alpha$.

Эти два параллельных пучка света когерентны, поскольку они получены от одного источника. Интерференционная картина будет иметь место в той части экрана, где будет происходить перекрытие пучков. Интерференционные полосы на экране будут расположены горизонтально и перпендикулярно плоскости рисунка.

Ширина интерференционных полос (т.е. расстояние между соседними максимумами) не зависит от расстояния экрана до билинзы и определяется только углом сходимости ϕ интерферирующих пучков и длиной волны света λ (см. «Квант», 2000, №6, с.31). Для данной оптической схемы $\phi = 2\alpha$ и ширина интерференционных полос

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\phi} = \frac{\lambda}{2\alpha} = \frac{\lambda F}{a} = 50 \text{ мкм}.$$

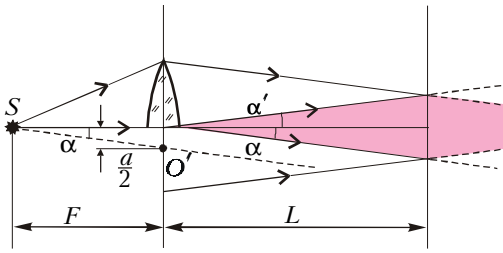


Рис. 4

Максимально возможное число интерференционных полос будет наблюдаться на экране в тот момент, когда экран расположен в области максимального перекрытия пучков, как это и изображено на рисунке 4. Из геометрических соображений следует, что

$$L = \frac{(D-a)}{4 \operatorname{tg} a} \approx \frac{(D-a)F}{2a} = 1 \text{ м.}$$

Тогда максимальное число интерференционных полос равно

$$N_{\max} = \frac{(D-a)a}{2\lambda F} = 200.$$

Поскольку интерференционная картина симметрична относительно горизонтальной оси, то крайние интерференционные полосы будут иметь максимальный порядок интерференции $m_{\max} = N_{\max}/2 = 100$.

Если источник света S квазимонохроматический, то мы будем отчетливо наблюдать на экране все интерференционные полосы. Но если источник света не монохроматический и его спектральный состав включает в себя длины волн в интервале от λ до $\lambda + \Delta\lambda$, то это приводит к ограничению количества наблюдаемых полос. Попробуем разобраться, какое влияние оказывает на интерференционную картину немонохроматичность интерферирующих пучков света.

Мы знаем, что ширина интерференционных полос пропорциональна длине волны интерферирующих лучей. Следовательно, в случае света, состоящего из набора различных длин волн от λ до $\lambda + \Delta\lambda$, мы будем иметь наложение интерференционных картин с разными ширинами интерференционных полос. На рисунке 5 изображено распределение интенсивности в интерференционной картине

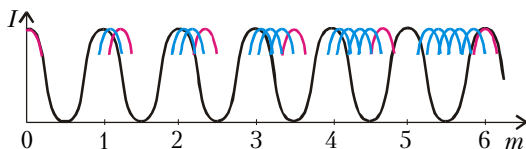


Рис. 5

от нулевого максимума до максимума m -го порядка (в нашем случае $m = 6$). Черным цветом нарисовано распределение интенсивности для длины волны λ , а красным цветом показаны положения максимумов для длины волны $\lambda + \Delta\lambda$. По мере увеличения m максимум для $\lambda + \Delta\lambda$ все больше отходит от максимума для λ , и, наконец, при некотором m максимум интенсивности

m -го порядка для длины волны $\lambda + \Delta\lambda$ совпадает с максимумом $(m+1)$ -го порядка для длины волны λ . Учитывая, что между этими максимумами расположены максимумы других длин волн (от λ до $\lambda + \Delta\lambda$), очевидно, что при данном m интерференционная картина будет полностью размыта. То значение m , при котором интерференционная картина пропадает, можно найти из условия

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda,$$

откуда

$$m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}.$$

Это означает, что, если мы хотим наблюдать интерференционные полосы вплоть до m -го порядка, степень немонохроматичности должна быть не хуже чем λ/m . Допустимая немонохроматичность источника света в нашей задаче составляет

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m_{\max}} = 5 \text{ нм.}$$

К вопросу о влиянии немонохроматичности излучения на интерференционную картину можно подойти с другой стороны. Идеальных гармонических колебаний, которые длятся бесконечно долго, в природе не существует. В реальных колебательных системах время рождения фотонов мало, но оно конечно. Например, время излучения фотона возбужденным атомом составляет примерно 10^{-8} с. Тогда длина излучаемого цуга (участка гармонических колебаний) составляет 3 м. В радиофизике устанавливается связь между временем излучения цуга τ и степенью немонохроматичности такого излучения $\Delta\lambda$:

$$\tau \cdot \frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2} \sim 1,$$

где λ — средняя длина волны. Второй множитель есть не что иное как разброс по частоте:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad \Delta\nu = -\frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2}.$$

Следовательно, если степень немонохроматичности света $\Delta\lambda$, то длина цуга $l = \tau c = \lambda^2/\Delta\lambda$. Рассмотрим

рим максимум интерференционной картины m -го порядка. Он образован двумя идентичными пучками, расстояние между которыми равно $m\lambda$. Если это расстояние больше или равно длине цуга (в этом случае цуги не перекрываются), то интерференции нет, а имеет место простое сложение интенсивностей обоих цугов. Приравняв разность хода и длину цуга, получим

$$m_{\max}\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}, \text{ и } m_{\max} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}.$$

Наблюдаемый максимальный интерференционный порядок в интерференционной картине позволяет оценить длину цуга: $l = \tau c = m_{\max} \lambda$.

Упражнения

1. Катод вакуумного фотоэлемента облучается световым пучком с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм и мощностью $W = 1$ Вт. При больших ускоряющих напряжениях между катодом и анодом фототок достигает насыщения (все электроны, выбитые с поверхности катода в единицу времени, достигают анода). При этом ток насыщения равен $I_{\text{н}} = 4$ мА. Какое количество n фотонов приходится на один фотоэлектрон? Заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, постоянная Планка $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

2. Найдите изменение длины волны света, излучаемого неподвижным атомом водорода вследствие отдачи, которую испытывает ядро атома со стороны вылетевшего кванта света. *Указание:* учесть, что энергия ионизации атома водорода много меньше энергии покоя протона.

3. Источник света S расположен на расстоянии $L = 1$ м от тонкой слюдяной пластинки толщиной $H = 0,1$ мм с показателем преломления $n = 1,4$ (рис. 6). На таком же расстоянии от пластинки расположен небольшой экран $\mathcal{E}$, ориентированный перпендикулярно отраженным

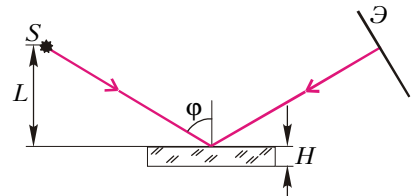


Рис. 6

лучам, на котором наблюдаются интерференционные полосы. Угол $\phi = 60^\circ$. Найдите порядок m интерференционной полосы в центре экрана и ширину интерференционных полос. Оцените также допустимую немонохроматичность источника. Используется зеленый свет с длиной волны $\lambda = 560$ нм.